

文章编号: 1004—5589 (2026) 01—0151—13

张洋洋. 多源地球物理交叉梯度联合反演方法在采空区探测中的应用: 以内蒙古某矿区为例 [J]. 世界地质, 2026, 45 (1): 151-163. DOI: 10.3969/j.issn.1004-5589.2026.01.012.

Zhang Y Y. Application of multi-source geophysical cross-gradient joint inversion method on goaf detection; taking a mining area in Inner Mongolia as an example [J]. World Geology, 2026, 45 (1): 151-163. DOI: 10.3969/j.issn.1004-5589.2026.01.012.

多源地球物理交叉梯度联合反演方法 在采空区探测中的应用: 以内蒙古某矿区为例

张洋洋

中煤科工生态环境科技有限公司, 天津 300450

摘要: 采空区精准探测是保障矿山安全与生态环境修复的核心环节。针对单一地球物理方法多解性严重, 在采空区识别中存在的分辨率不足、深度误差大的问题, 笔者提出一种引入归一化算子的交叉梯度联合反演方法。综合利用重力、地震和瞬变电磁 (transient electromagnetic method, TEM) 数据的优势信息, 通过在交叉梯度函数中嵌入归一化算子, 克服了不同物性参数幅值差异对交叉梯度结构耦合的影响, 并利用拉格朗日乘子法将结构约束转化为优化问题, 实现多物性参数同步反演。模型试算表明: 深部邻近的小尺度采空区模型中, 联合反演结果精度提升显著, 基于反演结果与真实物性分布的相对差异公式计算, 重力数据精度提升了 50.53%, 电法数据精度提升了 21.22%, 地震数据精度提升了 13.65%, 且虚假异常得到有效抑制, 采空区边界刻画更加清晰。抗噪性测试显示, 即使在 10% 随机噪声干扰下, 联合反演仍能有效识别采空区位置与范围, 仅在无异常物性的围岩位置出现虚假异常, 表明该方法具有良好的稳定性和实用性。将该方法应用于煤矿采空区实测数据, 联合反演给出的采空区水平位置 (2 150 ~ 2 520 m) 及深度范围 (40 ~ 80 m) 与已知地质资料高度一致, 验证了方法的可靠性与工程实用性。研究表明, 该方法能够有效提高采空区探测的精度和分辨率, 为矿山采空区的安全监测与治理提供了一种新的技术手段。

关键词: 交叉梯度; 采空区探测; 联合反演; 多源地球物理; 探测精度

中图分类号: P631 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1004-5589.2026.01.012

Application of multi-source geophysical cross-gradient joint inversion method on goaf detection: taking a mining area in Inner Mongolia as an example

Zhang Yangyang

China Coal Technology & Engineering Group Environmental Technology Co., Ltd., Tianjin 300450, China

Abstract: Accurate detection of goaf is the core link to ensure mine safety and ecological environment restoration. In view of the serious multi-solution of single geophysical method, there are problems of insufficient resolution and

收稿日期/Received: 2025-08-25; 修订日期/Revised: 2025-11-03; 出版日期/Published: 2026-02-25

基金项目: 中煤科工生态环境科技有限公司科技创新基金项目 (0206KGST0020; 0206KGST0029)

第一作者: 张洋洋 (1985—), 女, 副研究员, 主要从事煤炭采空区和地质灾害勘查。E-mail: zhangyangyang@ceetccteg.cn

© Editorial Office of World Geology. This is an open access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license.

large depth error in goaf identification, the authors propose a cross-gradient joint inversion method with normalization operator. Comprehensive utilization of three kinds of geophysical data advantage information (gravity, seismic and transient electromagnetic method), the interference of dimensional differences of different physical parameters on structural coupling is overcome by embedding a normalization operator in the cross-gradient function. Lagrange multiplier method is used to transform the structural constraints into optimization problems, and the simultaneous inversion of multiple physical parameters is realized. The model test shows that the accuracy of the joint inversion results is significantly improved in the deep adjacent small-scale goaf model. The accuracy is calculated by the relative difference between the inversion results and the real physical property distribution, and the accuracy of gravity data is improved by 50.53%, the accuracy of electrical data improved by 21.22%, the accuracy of seismic data improved by 13.65%, respectively. False anomaly is effectively suppressed, and the boundary of the goaf is more clearly depicted. Noise resistance tests demonstrate that, the location and extent of the goaf are still reliably identified by the joint inversion under 10% random noise, false anomalies appear only in the surrounding rock that lacks any abnormal physical properties, indicating good stability and practical utility of the proposed method. Method is applied to the measured data of coal mine goaf. The horizontal position (2 150–2 520 m) and depth range (40–80 m) of the goaf given by the joint inversion are highly consistent with the known geological data, which verifies the reliability and engineering practicability of the method. Study results show that the method can significantly improve both the accuracy and the resolution of goaf detection, offering a new technical tool for the safe monitoring and management of coal mine goaf.

Keywords: cross-gradient; goaf detection; joint inversion; multi-source geophysics; detection accuracy

0 引言

采空区作为煤矿开采后形成的地下空间,是引发重大事故的关键因素,其探测与识别在矿山安全和环境保护中具有突出的重要性。重力方法基于采空区与围岩的密度差异实现探测,张善法等^[1]将高精度重力测量应用于金矿采空区探测,确定了采空塌陷区域及稳定地段,验证了该方法在金矿采空区探测中的有效性;王强等^[2]在辽宁煤矿采空区勘查中,利用重力法识别了1.6 m厚采空区;刘红达等^[3]以黄庄煤矿为例,验证了微重力法在200 m以浅采空区探测中的可行性,且与瞬变电磁结果对比进一步提升了解释精度。地震方法通过分析地震波在采空区的传播特征反演地下结构,在采空区稳定性与动态响应研究中应用广泛;Yang等^[4]构建了采空区动态弹性模量与阻尼系数模型,揭示了采空区对地表地震响应的影响机制;Cao等^[5]分析了相邻采空区影响下深部巷道与煤柱的地震响应,提出了地震荷载下煤柱的合理宽度建议。电法方法基于地下介质电阻率差异实现探测,尤其适用于富水采空区识别。Zhang等^[6]在大同某整合矿多层采空区积水探测中,采用瞬变电磁法进行大面积普查圈

定疑似积水区,再通过高密度电阻率法精细定位,成功识别出2处采空积水区;Wang等^[7]针对鄂尔多斯盆地废弃煤矿采空区,优化了瞬变电磁法(TEM)工作参数,在该区域实现了采空区的精准探测。

近年来,随着地球物理技术的发展,单一地球物理方法(如基于电阻率、重力数据及地震数据的反演)已广泛应用于采空区调查,但这些方法面临显著的局限性^[5-8],李红蕾等^[9]研究发现重力异常对地壳横向密度变化敏感,其垂向分辨能力低;程辉等^[10]指出瞬变电磁法用于煤炭采空区探测时,当浅部存在低阻异常时,会对深部采空区响应有屏蔽影响;王雷^[11]采用地震勘探圈定采空区边界时,精度较低,综合物探方法通过多技术融合可提升采空区探测精度;Li等^[12]针对东沟矿老采空区,结合地质调查、高密度电阻率法、浅层地震反射法,研究了地表稳定性与残余变形特征,为采空区治理提供了综合解决方案。联合反演的概念由Vozoff等^[13]首次提出,通过使DC和MT数据拟合差之和达到最小,实现了联合反演。然而,采空区探测中常面临着不同探测方法分辨率差异大,采空区深度准确度低等问题。Gallardo等^[14]首次提出以

模型之间交叉梯度为结构一致约束方式的二维直流电阻率与地震折射数据的联合反演; Huang 等^[15]提出的基于交叉梯度结构约束的三维大地电磁与地震体波到时联合反演方法, 极大促进了基于交叉梯度结构相似约束联合反演方法的发展, 被广泛应用到地球物理联合反演中^[16-19], 结构约束不依赖岩石物性的绝对对应关系, 而是利用“地质边界一致性”假设: 不同物性参数在构造边界处呈现结构相似性^[20]。交叉梯度函数通过最小化相邻参数梯度叉积, 实现结构耦合, 为多源地球物理数据联合反演提供了灵活、稳健的约束手段^[21]。

重力、地震、电法及综合物探方法在采空区探测中各有侧重, 相关研究成果为技术创新与工程应用奠定了基础。本文提出一种加入归一化算子的交叉梯度的多源地球物理联合反演方法, 应用于采空区探测, 该方法面向3种数据间的交叉梯度联合反演, 针对同一目标函数中多个交叉梯度约束算子幅值差异过大的问题, 建立了多交叉梯度算子的归一化方案, 可以更好地控制反演结果的结构耦合关系。结合重力、地震、瞬变电磁多源地球物理数据, 实现更加准确且更高分辨率的联合反演, 为煤田与矿产采空区探测提供有效的方法支撑。

1 交叉梯度联合反演方法

基于结构一致性的联合反演处理的是重力、地震、电法数据的反演, 需建立观测数据与地下物性的目标函数, 通过求解目标函数实现对地下物性的反演, 目标函数中需要加入一些约束条件来使反演结果更加接近于实际情况与多场耦合特征。多场耦合关系驱动的多地球物理联合反演技术中基于结构一致性的联合反演采用如下目标函数公式:

重力、地震及瞬变电磁的联合反演目标函数的表达式如下:

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 [d_i - f_i(m_i)]^T \cdot C_{d_i}^{-1} \cdot [d_i - f_i(m_i)] + \alpha_i (m_i - m_{i,ref})^T \cdot C_{m_i}^{-1} \cdot (m_i - m_{i,ref}) \quad (1)$$

约束条件:

$$\tau(m_i, m_j) = \nabla m_i \times \nabla m_j = 0, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

式中: Φ 为目标函数; d_i 为观测数据 [重力

(mGal)、地震 (s)、瞬变电磁 ($V \cdot s/m^2$)] ; m_i 为模型参数 [密度 (g/cm^3)、波速 (m/s)、电阻率 ($\Omega \cdot m$)] ; $m_{i,ref}$ 为参考模型; $f_i(m_i)$ 为模型参数 m_i 的正演响应; α_i 为正则化因子, 通过试错法以 10^n 作为数值选取公式, 其中 n 取值为 $-2 \sim 2$, 当取值较大时反演抗噪性增强但分辨率变低, 取值较小时反演灵敏度更高但受噪声影响更大; C_{d_i} 为观测数据 d_i 的数据协方差矩阵; C_{m_i} 为观测数据 m_i 的模型协方差矩阵; ∇ 为梯度 (无量纲); τ 为交叉梯度约束项。

公式 (2) 采用了 Gallardo 等^[14] 提出的交叉梯度函数作为地下异常体空间结构相似性的约束条件^[22]。当地下介质不同物性参数的数量级和单位表现出较大的差异时 (例如地下介质的速度与电阻率、密度的数量级相差较大), 如果将不同物性参数直接耦合, 可能会导致个别物性的联合反演结果无法获得其他物性传递的结构相似性约束, 最终联合反演结果相比于单独反演结果没有得到显著地改善。

笔者将传统的交叉梯度函数进行改进, 在交叉梯度函数中加入归一化算子用来克服不同物性参数间差异的影响。加入归一化算子的交叉梯度函数表达式如下:

$$\tau(m_i, m_j) = \nabla(\kappa_i^{-1} m_i) \times \nabla(\kappa_j^{-1} m_j) = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad i < j \quad (3)$$

式中: m_i 为第 i 种物性参数向量; κ_i 为第 i 种物性参数的归一化算子, 对于本文的模型试算, 归一化算子可以表示为:

$$\kappa_i = \max(m_{sep}^i) - \min(m_{sep}^i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

式中: \max 和 \min 分别表示为最大值和最小值 (无量纲); m_{sep}^i 为第 i 种物性方法获得的单独反演模型。

为了方便起见, 将模型向量进行整合:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^T \\ \mathbf{m}_2^T \\ \mathbf{m}_3^T \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{m}_{ref} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{1-ref}^T \\ \mathbf{m}_{2-ref}^T \\ \mathbf{m}_{3-ref}^T \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

然后, 目标函数式 (1) 可以重新改写为:

$$\Phi = [d - f(m)]^T \cdot C_d^{-1} [d - f(m)] + \alpha \cdot (m - m_{\text{ref}})^T \cdot C_m^{-1} \cdot (m - m_{\text{ref}}) \quad \tau(m) = 0 \quad (6)$$

其中:

$$\tau(m) = \begin{bmatrix} \nabla(m_1/\kappa_1) \times \nabla(m_2/\kappa_2) \\ \nabla(m_1/\kappa_1) \times \nabla(m_3/\kappa_3) \\ \nabla(m_2/\kappa_2) \times \nabla(m_3/\kappa_3) \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$d = [d_1^T, d_2^T, d_3^T]^T$$

$$f(m) = [f_1^T(m_1), f_2^T(m_2), f_3^T(m_3)]^T$$

$$C_d = \text{diag}[C_{d1}, C_{d2}, C_{d3}],$$

$$C_m = \text{diag}[C_{m1}, C_{m2}, C_{m3}],$$

$$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$$

式中: $\text{diag} []$ 表示将括号内的向量转换为对角矩阵, 其行列数与向量元素数量一致, 对角线元素依次为向量的值。

多物性参数联合反演和双物性参数联合反演的主要区别在于, 交叉梯度函数约束项从一项增加到多项, 即每种物性参数之间都需要结构相似性的约束, 因此可以更大程度地降低反演多解性问题, 获得的相似结构模型更有利于转换成地质模型, 从而对地质学家的解释工作提供了帮助。

对多物性多约束的联合反演目标函数进行优化求解, 首先采用泰勒级数展开法对目标函数和交叉梯度约束函数进行线性化转换, 将非线性问题转换为线性问题。然后, 通过拉格朗日算子法将约束问题转变成无约束问题^[23], 实现交叉梯度约束函数加入到目标函数公式 (6) 中:

$$\psi = [\hat{d} - A \cdot (m - m_0)]^T \cdot C_d^{-1} \cdot [\hat{d} - A \cdot (m - m_0)] + \alpha \cdot (m - m_{\text{ref}})^T \cdot C_m^{-1} \cdot (m - m_{\text{ref}}) + 2\Lambda \cdot [\hat{\tau} + B \cdot (m - m_0)] \quad (8)$$

其中, $\hat{d} = d - f(m_0)$, $\hat{\tau} = \tau(m_0)$ 。

$$A = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & A_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, A_{ij} = \frac{\partial f_i(m)}{\partial m_j} \quad (9)$$

$$B = \frac{\partial \tau}{\partial m} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{12}}{\partial m_1} & \frac{\partial \tau_{12}}{\partial m_2} \\ \frac{\partial \tau_{13}}{\partial m_1} & \frac{\partial \tau_{13}}{\partial m_3} \\ \frac{\partial \tau_{23}}{\partial m_2} & \frac{\partial \tau_{23}}{\partial m_3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: ψ 为目标函数; A 为雅克比矩阵; B 为归一化交叉梯度约束函数 $\tau(m)$ 的偏导数; Λ 为拉格朗日算子, 其主要通过初始残差和矩阵运算获得, 具体公式如下所示:

对目标函数式 (8) 求极值 $\partial \psi / \partial m = 0$,

$$\frac{\partial}{\partial m} \left\{ \begin{aligned} & [d - f(m_0) - A \cdot (m - m_0)]^T \cdot C_d^{-1} \cdot \\ & [d - f(m_0) - A \cdot (m - m_0)] + \alpha \cdot (m - m_{\text{ref}})^T \cdot \\ & C_m^{-1} \cdot (m - m_{\text{ref}}) + 2\Lambda \cdot [\tau(m_0) + B \cdot (m - m_0)] \end{aligned} \right\} = 0 \quad (11)$$

$$\tau(m_0) + B \cdot (m - m_0) = 0 \quad (12)$$

将式 (11) 和式 (12) 联立, 可以得到拉格朗日算子的表达式:

$$\Lambda = (B \cdot N^{-1} \cdot B^T)^{-1} (\hat{\tau} + B \cdot N^{-1} \cdot n) \quad (13)$$

$$\Delta m = N^{-1} \cdot (n - B^T \cdot \Lambda) \quad (14)$$

$$N = A^T \cdot C_d^{-1} \cdot A + \alpha \cdot C_m^{-1} \quad (15)$$

$$n = A^T \cdot C_d^{-1} \cdot \hat{d} \quad (16)$$

最终获得的模型改变量为:

$$\Delta m = (A^T \cdot C_d^{-1} \cdot A + \alpha \cdot C_m^{-1})^{-1} \cdot A^T \cdot C_d^{-1} \cdot d - (A^T \cdot C_d^{-1} \cdot A + \alpha \cdot C_m^{-1})^{-1} \cdot B^T \cdot \Lambda \quad (17)$$

总体流程如图 1 所示。

流程说明: ①单一方法反演: 分别对重力、地震、TEM 数据进行正则化反演, 获取单独反演的密度、波速、电阻率; ②归一化算子计算: 基于公式 (4) 计算归一化的物性结果; ③目标函数构建: 按公式 (6) 构建含结构约束的联合反演目标函数; ④目标函数求解: 分别采用线性化处理, 对目标函数与约束项进行泰勒级数展开, 转化为线性问题。通过拉格朗日乘法, 公式 (8) 将约束问

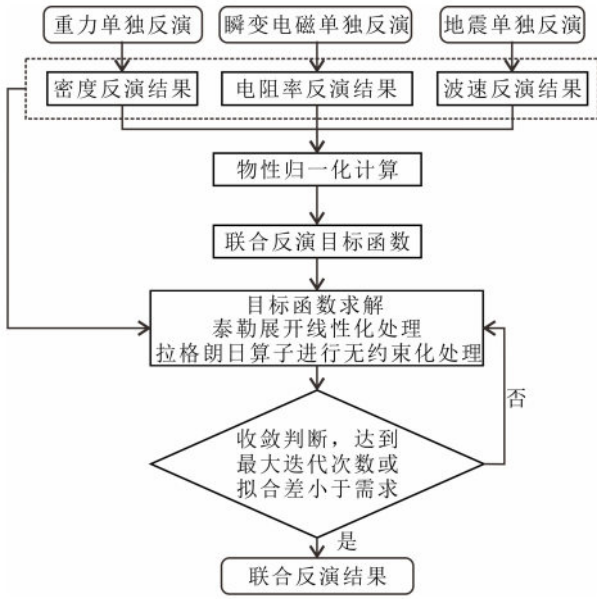


图 1 交叉梯度联合反演计算流程图

Fig. 1 Flow chat of cross-gradient joint inversion calculation

题转化为无约束优化问题; ⑤模型更新与收敛判断: 求解模型改变量更新模型, 若数据拟合差或迭代次数符合设计, 则停止迭代; 否则返回步骤 4。

2 模型实验

2.1 模型设计

采空区模型如图 2 所示, 范围为 $x = 70 \sim 150 \text{ m}$ 及 $x = 190 \sim 250 \text{ m}$ 处, 埋深 120 m 、厚度 20 m 。

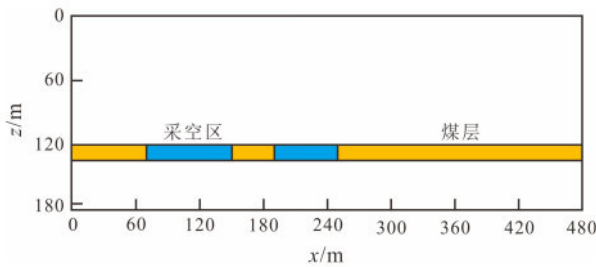


图 2 采空区模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of goaf model

电阻率模型: 围岩电阻率均为 $100 \Omega \cdot \text{m}$, 煤层电阻率为 $200 \Omega \cdot \text{m}$, 采空区电阻率为 $30 \Omega \cdot \text{m}$, 发射采用 $240 \text{ m} \times 240 \text{ m}$ 的矩形回线, 接收点位于回线内 $120 \text{ m} \times 120 \text{ m}$ 的范围, 点距 20 m , 发射电流为 1 A , 最大采样时间为 10 ms 。采用全波形的正演方法计算各测点的瞬变电磁响应, 发射

On-time 为 $8e^{-3} \text{ s}$, Off-time 为 $1e^{-6} \text{ s}$ 。密度模型: 煤层密度为 1 g/cm^3 , 采空区密度为 0 g/cm^3 , 观测范围与电法一致, 线距和点距均为 5 m 。波速模型: 围岩波速为 1600 m/s , 煤层波速 2100 m/s , 采空区波速 0 m/s , 利用 20 Hz 的雷克子波作为震源, 采样间隔 0.001 s , 检波器从 0 处开始布设, 间距为 20 m , 采用 PML 完美吸收边界条件。

正演计算采空区三维密度结果, 获得研究区重力异常如图 3 所示。

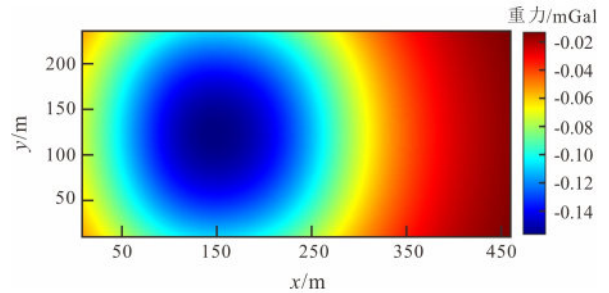


图 3 采空区模型正演重力异常

Fig. 3 Forward gravity anomaly of model in goaf

由图 3 可知, 从异常上并无法看出采空区数量, 仅能通过低值异常中心位置大致判断出采空区在研究区左侧附近, 并且实际中没有采空区尺寸及其与围岩的密度差异等信息, 无法通过异常幅值大小来确定采空区大致深度。正演计算不同测点 ($x = 120 \text{ m}$ 和 $x = 240 \text{ m}$) 的 dB/dt 响应如图 4 所示。

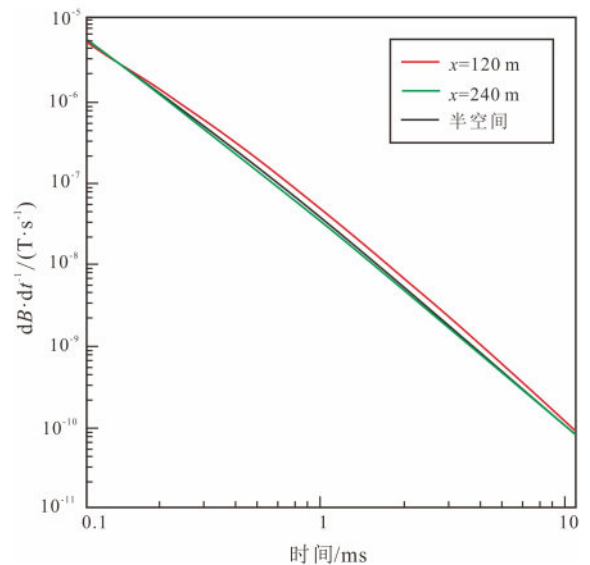


图 4 不同位置的单点衰减曲线

Fig. 4 Single point attenuation curves at different positions

图 2 模型中同时表示存在低阻目标层以及高阻目标层。从图 4 可以看出, 相对于均匀半空间, 当存在低阻目标层时, 单点衰减曲线的早期及晚期的幅值与均匀半空间基本一致, 表现出背景地层的电性特征, 但单点衰减曲线的中期幅值相对较大, 且幅值差异明显, 反映出低阻的电性特征。当存在高阻目标层时, 单点衰减曲线的幅值与均匀半空间基本一致, 但相对晚期的幅值相对较小, 反映出高阻的电性特征, 但幅值差异相对较小。基于模型正演的波长模拟结果如图 5 所示。

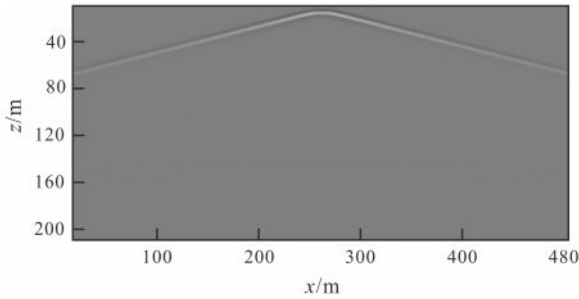


图 5 基于模型正演的波形模拟结果

Fig. 5 Wavelength simulation results based on model forward modeling

由图 6 可见, 图中具有清晰的反射界面, 表示地震数据对该层状分布采空区的顶底界面有着很高的分辨能力。

2.2 单一方法反演

采用长宽高均为 20 m 的剖分单元对地下 480 m × 480 m × 200 m 的范围进行剖分, 建立共 5 760 个剖分单元的反演网格剖分模型进行后续的反演计算。重力反演结果如图 6 所示, 采用正则化反演方法, 通过设置深度权因子为 0.5, 迭代次数 30 次, 反演结果密度对异常的拟合差小于 10^{-4} , 反演结果

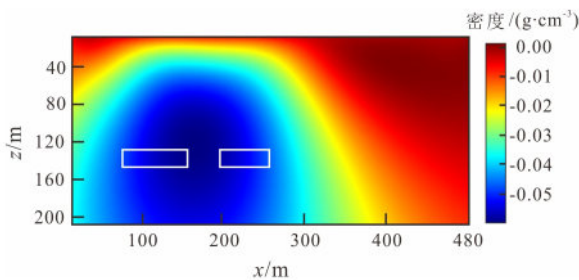


图 6 重力单一反演切片结果

Fig. 6 Slice result of gravity individual inversion

无法分辨两个采空区, 而且识别的采空区深度范围为 75 ~ 150 m, 这与实际的 120 ~ 140 m 深度具有较大差异, 在采空区两侧没有明显密度间断面指示采空区边界。该模型因尺度较小且相对较深, 导致重力数据上无法分辨出两个异常体, 为此单独重力反演精度较低, 仅能指示采空区模型的大体分布范围。

图 6 反演结果精度不足的主要原因是重力法为标量场探测, 垂向分辨率低, 反演结果无法指示采空区的顶底面, 仅对中心深度具有一定的指示作用。深部场源的异常范围大、幅度小, 更易于产生严重的异常叠加效果, 无法区分水平距离较近的两个采空区。为此, 以上原因导致异常范围扩大且深度偏差大。

电法反演结果如图 7 所示, 采用最小二乘反演可以将两个低阻异常体的位置恢复出来, 但其厚度范围与实际模型存在较大差异, 同时高阻层的连续性差, 且浅部出现虚假的低阻层位, 这与理论模型存在较大的差异, 也会对解释工作带来误差, 在实际工作中难以准确识别采空区的具体范围及深度。

图 7 反演结果精度不足的主要原因是单一瞬变电磁数据主要对地下介质的电阻率敏感, 但不同的电阻率结构组合可能产生几乎相同的电磁响应, 这使得反演得到的模型存在多种可能性, 且边界模糊, 特别是深部的分辨能力有限, 导致深部采空区信号畸变, 出现虚假的浅部低阻层。

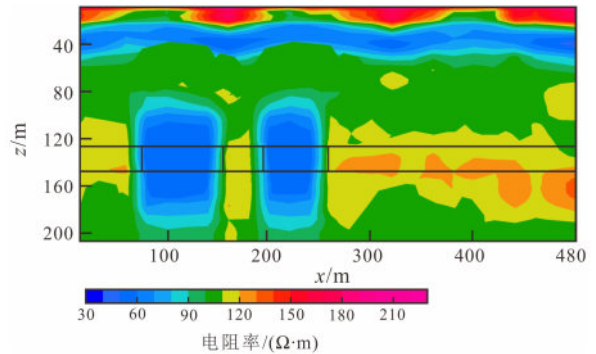


图 7 电法单一反演切片结果

Fig. 7 Slice result of electrical individual inversion

波速反演结果如图 8 所示, 其中顶底界面相对真实模型已经较为准确, 但水平边界较为模糊, 两模型体之间的地层分布情况难以解释清楚。

图 8 反演结果精度不足的主要原因是地震波传播受地层非均质性干扰, 水平分辨率不足, 波速反

演过程中横向边界被平滑, 无法清晰区分两个采空区的间隔区域, 并且实际中地下的地震波速为经验公式获得, 估算误差较大的波速会影响对反演结果深度的解释精度。

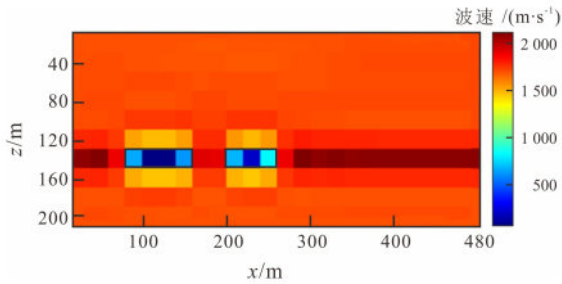


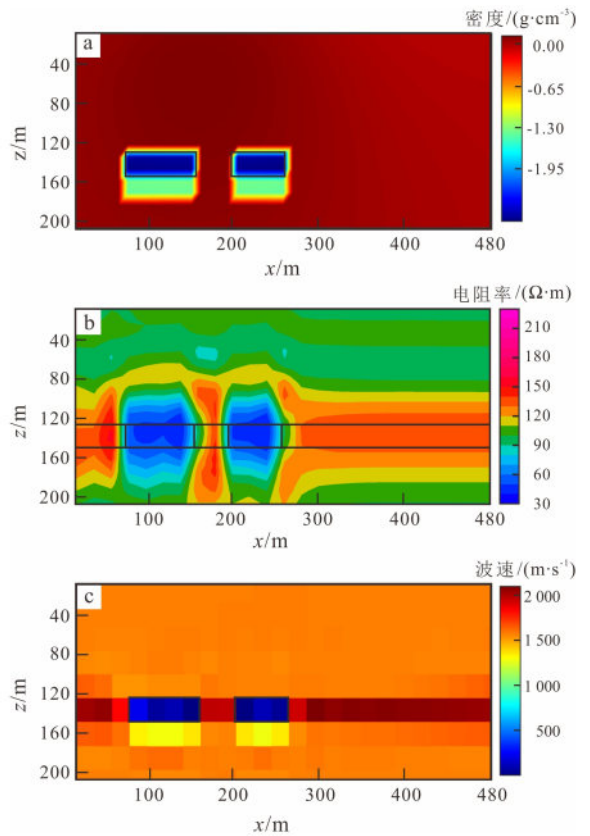
图8 地震单一反演切片结果

Fig. 8 Slice result of seismic individual inversion

2.3 联合反演结果

密度反演结果如图9a所示, 反演的密度切片图反映出地下采空区低密度的水平位置, 并且因存在地震与电法数据约束, 密度切片具有较为准确的采空区中心深度和范围。电阻率反演的结果如图9b所示, 反演的电阻率断面图反映出地下层状的电性特征, 表现出3层模型的特点, 与煤矿沉积地层的特征吻合, 同时反演的横向电阻率连续, 反演的低阻层与高阻层横向连续, 浅部无虚假层位出现, 与实际模型吻合, 反演结果较好地恢复出了低阻体(采空区)的位置和范围, 具有较高的分辨率。波速反演结果如图9c所示, 反演的速度断面图反映出地下层状的波速特征, 表现出3层模型的特点, 与煤矿沉积地层的特征吻合, 同时反演的波速连续, 反演的低波速与高波速横向连续, 与实际模型吻合, 反演结果较好地恢复出了低波速(采空区)的位置和范围。

总体来看, 联合反演结果较单独反演结果具有更高的反演精度与分辨率。横向对比图9中3个反演结果切片可以看出, 地震反演结果与重力反演结果类似, 但相比于重力反演结果可以显示出煤层特征, 相较于瞬变电磁反演结果具有更高的顶底界面分辨能力。重力反演结果则具有更清晰的水平边界特征。与此相比, 电法反演结果在具备较清晰的水平特征的情况下还能显示出煤层的分布情况。为此, 3种数据的联合反演结果各有特点, 实际解释时需要综合3种结果综合分析。

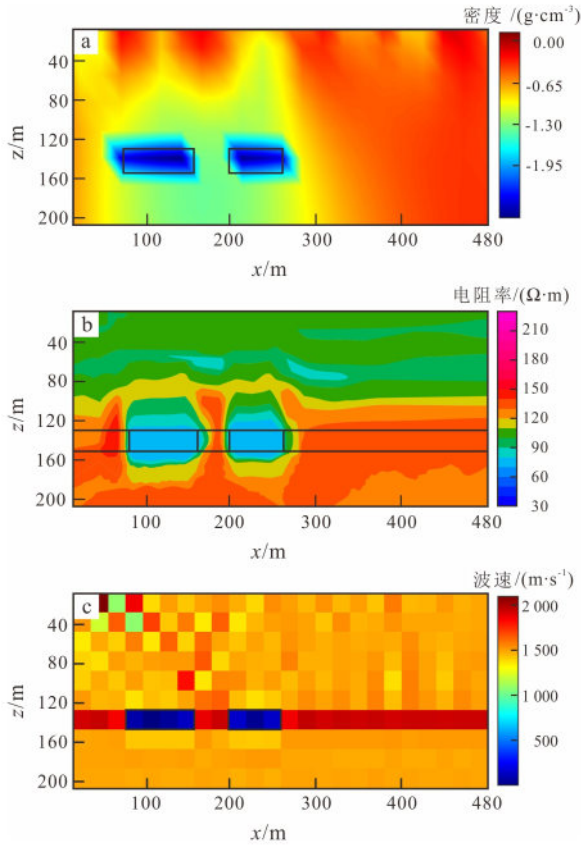


a. 密度断面图; b. 电阻率断面图; c. 波速断面图。

图9 多源地球物理联合反演结果

Fig. 9 Results of multi-source geophysical joint inversion

为验证方法的抗噪性, 在图3~5所示的重地震正演异常中增加10%的随机噪声, 获得图10所示的重地震联合反演结果切片。对比含噪声反演结果可以看出, 虽然噪声对重地震联合反演结果有影响, 但并不妨碍对实际采空区位置与范围的解释, 仅在无异常物性的围岩位置出现由噪声引起的虚假异常, 重力反演结果主要表现在异常处的边界清晰度出现下降, 瞬变电磁反演则是对于深部煤层以下的低电阻率部分的分辨能力下降, 但采空区位置与煤层顶界面的识别与无噪声情况差异不大, 含噪声的地震反演结果表现为浅部波速出现明显高波数的异常变化, 但对实际采空区的范围解释与煤层的深度位置解释并无影响。该模型试验下主要为具有明显噪声情况下的联合反演, 用于测试方法的抗噪性, 实际在测量数据存在明显噪声时可通过低通滤波等方法有效去除高频的随机噪声, 从而为反演结果的可靠性提供更多的保障。



a. 密度断面图; b. 电阻率断面图; c. 波速断面图。

图 10 含 10% 随机噪声多源地球物理联合反演结果

Fig. 10 Results of multi-source geophysical joint inversion with 10% noise

2.4 精度评价

以上模型实验反演结果均是在评价数据拟合的相对均方误差小于 10^{-3} 情况下的反演结果, 其中单独重力反演、联合反演重力结果、含噪声联合反演重力结果的拟合差曲线如图 11 所示。可以看出虽然单独反演拟合差下降更慢, 但到 30 次迭代计算时, 三者的拟合差幅值趋于一致, 说明其精度的提升与反演结果和重力数据的拟合度无明显关系, 联合反演对反演精度的提升主要是改善反演结果的多解性而非数据拟合性来实现的。

针对模型实验中联合反演较单独反演的精度提升情况, 采用反演结果与真实模型物性分布的相对差异作为评价公式, 可以直观判断不同反演方法对模型物性的恢复程度, 精度评价公式为:

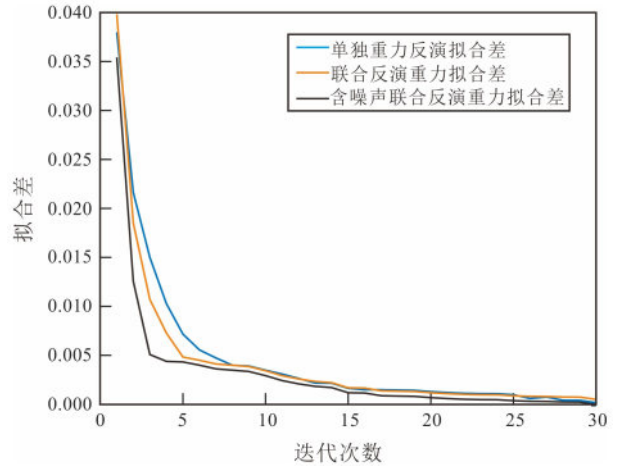


图 11 单独及联合反演重力数据的拟合差曲线

Fig. 11 Gravity data fitting difference curves of separate and joint inversion

$$f = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^M m_0(i)^2 - \sum_{i=1}^M [m(i) - m_0(i)]^2 \right\}}{\sum_{i=1}^M m_0(i)^2} \times 100\% \quad (18)$$

式中: m 为反演结果各剖分单元物性矩阵; m_0 为实际剖分单元处模型物性矩阵; M 为剖分单元数量 (个)。通过公式 (18) 分别计算分析重力、电法、地震的单独与联合反演结果精度, 获得表 1 的结果。

通过表 1 可以看出, 在本模型实验中, 联合反演可显著增加对地下模型物性恢复的精度。对比表中精度以及图 5 和图 9, 可以看出重力数据对地下密度的恢复效果提升最为明显, 达 50.53%, 这是因为单独反演中重力数据因其被动源数据特征, 较电震数据具有更高的多解性, 从而仅能依据合理的深度权获得较为准确的场源深度信息, 无法获得高分辨的场源范围。

表 1 反演结果精度对比

Table 1 Accuracy comparison of inversion results

数据种类	单独反演 结果精度/%	联合反演 结果精度/%	精度提升 效果/%
重力数据	42.72	93.25	50.53
电法数据	68.11	89.33	21.22
地震数据	81.64	95.29	13.65

采用交叉梯度法联合反演, 相当于将电法地震反演结果的场源边界信息作为结构信息加入到重力

反演中, 交叉梯度的作用是使两种物性分布的梯度变化趋于一致, 为此重力反演获得准确场源深度信息后受到约束还会获得更高精度的场源范围, 从而有效弥补了重力反演的主要误差来源, 显著提升了反演精度。对比表中精度及图6和图9, 由于具有地震等高精度结构约束, 联合反演中电法数据对电阻率的幅值恢复精度更高, 虽然因电法反演本身就具有较好的物性边界, 但通过重力及地震反演结果中较为一致的围岩结构约束, 消除了电法单独反演中浅层出现的虚假界面, 提升了电阻率恢复精度。对比表中精度及图7和图9, 联合反演中地震数据对地下波速的恢复效果较单独反演提升不大, 但对模型中围岩波速的幅值恢复与真实模型围岩波速幅值更加接近, 在物性恢复能力上有整体提升。

3 实际应用案例

3.1 项目区概况

项目区位于内蒙古某矿区, 矿区内地表大部分被黄土覆盖, 沟谷中有部分地层基岩出露。出露的最老地层为古生界下奥陶统亮甲山组, 向上为晚古生代含煤地层石炭系太原组和二叠系山西组。目标煤层位于石炭系太原组, 其下部为含煤地层基底的奥陶统亮甲山组, 上部为二叠系石盒子组。

勘探区浅部以第四系风积沙、黄土为主, 电阻率整体相对较低, 目标煤层位于石炭系太原组, 岩性以粗砂岩、砂质泥岩、黏土岩及煤层为主, 电阻率相对较高, 下至石炭系本溪组, 岩性以泥岩为主, 电阻率相对较低, 地层电阻率由浅至深整体表现为“低阻-高阻-低阻”的变化特征。

深部煤系地层较稳定, 煤层倾角一般为 $2^{\circ} \sim 3^{\circ}$, 断裂构造发育较少, 煤层稳定。煤层埋深总体在 $60 \sim 190$ m之间, 煤层厚度 $25.53 \sim 39.32$ m, 平均 33.7 m, 煤层密度为 1.51×10^3 kg/m³, 围岩主要为砂质泥岩, 密度为 2.62×10^3 kg/m³, 地震纵波速度, 煤层约 2500 m/s, 围岩约 3700 m/s, 煤层波阻抗为 3.8×10^6 kg/(m²·s), 围岩为 9.7×10^6 kg/(m²·s), 波阻抗存在明显差异。

3.2 数据采集

本次勘探工作瞬变电磁选择大定源内回线装置, 发射回线边框长度为 240 m, 在框中心 $1/4$ 区域内采集测点数据, 采用 240 m发射外框、 25 Hz频率参数, 测网密度为 40 m \times 5 m, 线距为 40 m,

点距为 5 m。

地震观测系统采用 12 线 6 炮制, 炮点距为 10 m, 炮排距为 40 m, 接收线距为 20 m, 道距为 10 m, 单线接收道数 64 道, CDP面元为 5 m \times 5 m, 满覆盖次数为 48 次。

重力观测点距为 20 m, 线距为 40 m, 测量结果经过零漂改正、地形改正、布格改正、位场分离等处理, 获取了布格重力异常。测区位置如图12所示。

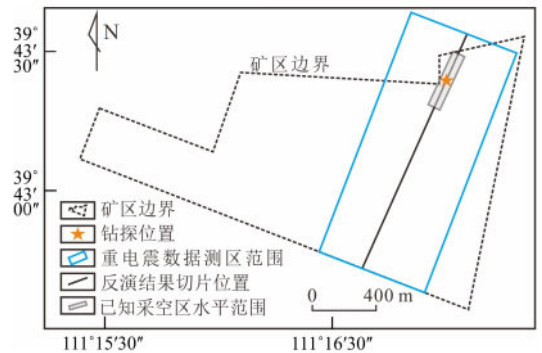


图12 测区位置示意图

Fig. 12 Location of survey area

3.3 联合反演

瞬变电磁法的反演电阻率剖面如图13所示, 其中图13a为单一瞬变电磁法反演的电阻率断面图, 反演的电阻率剖面的横线连续性较差, 在 $2280 \sim 2520$ m处煤层附近存在明显的低阻异常, 与已知采空区范围不一致。联合反演的电阻率剖面的横向连续性明显提升, 在 $2200 \sim 2560$ m处煤层附近存在明显的低阻异常(电阻率 $< 140 \Omega \cdot \text{m}$), 与实际的采空区范围基本一致, 且纵向上的分辨率相有明显提升。

通过图14地震结果可以看出, 单独地震反演结果由于地震时深转换参数估计不准确, 会导致反演波速异常深度与电法反演结果的深度存在差异, 通过将电法、重力反演结果作为结构约束加入到地震反演中, 可有效提升波速结果与电阻率结果的深度匹配度, 从而提高反演精度。对比图13和图14可以看出, 地震反演结果对层位的精度高于电法结果, 其在 $40 \sim 80$ m深度处存在低波速层位(波速 < 2150 m/s), 与煤层对应良好, 并且在剖面的 $2150 \sim 2520$ m附近存在 370 m长度的明显低波速异常, 推测为采空区范围。

通过图15重力反演结果可以看出, 单独重力

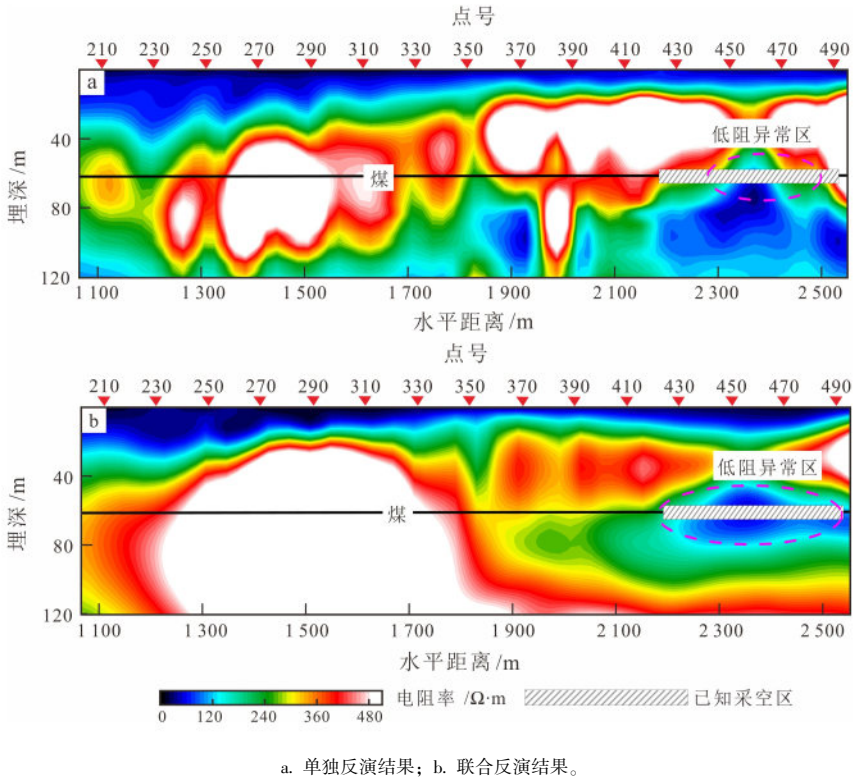


图 13 电法单独反演及联合反演电阻率剖面图

Fig. 13 Resistivity profiles from individual electrical inversion and joint inversion

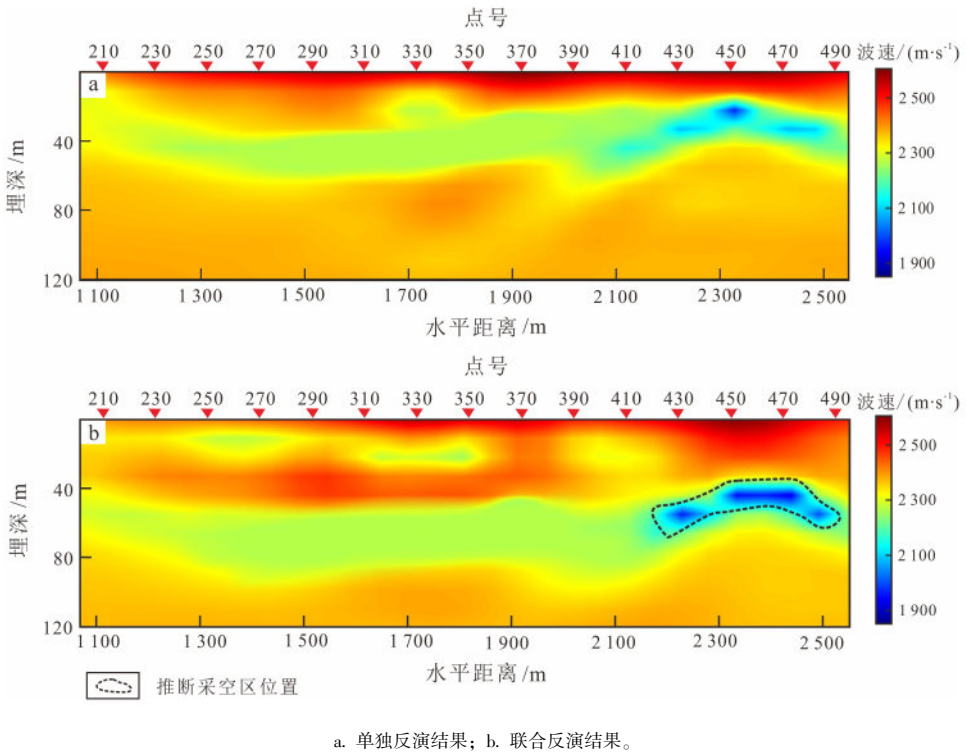


图 14 地震单独反演及联合反演波速剖面图

Fig. 14 Velocity profiles from individual seismic inversion and joint inversion

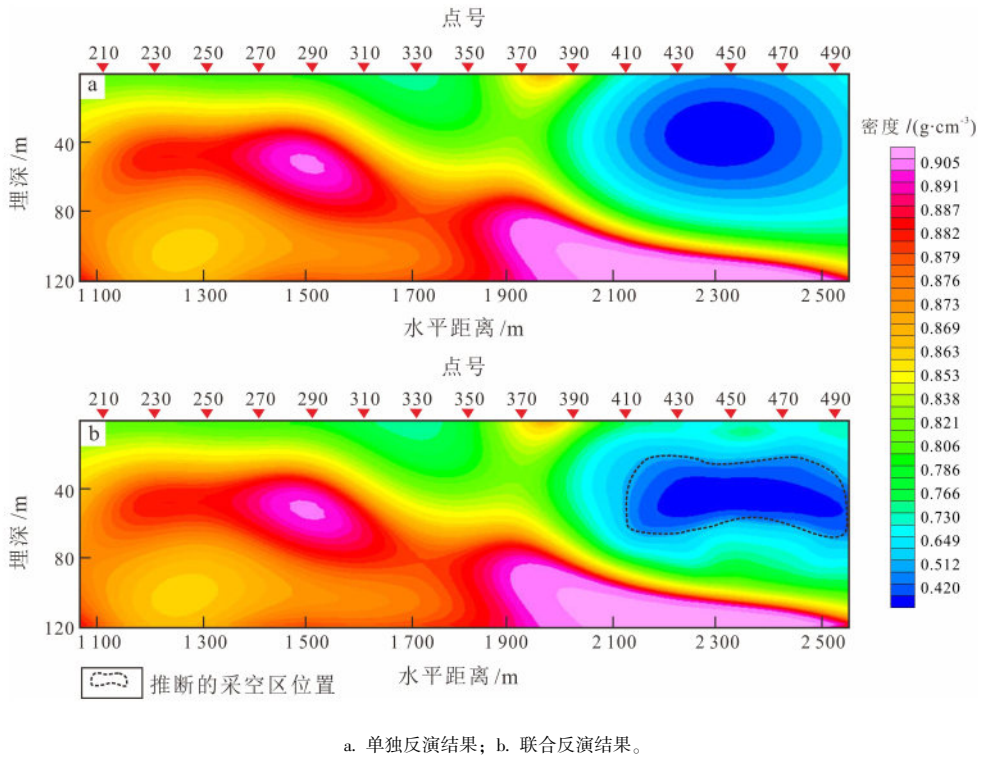


图 15 重力单独反演及联合反演密度剖面图

Fig. 15 Density profiles from individual gravity inversion and joint inversion

反演结果由于重力深度分辨率不足，会导致反演结果不能集中于采空区处，无法判断采空区边界，通过将地震、电法反演结果作为结构约束加入到重力反演中，可有效提升密度结果的边界梯度变化，从而提高反演精度，联合反演结果中密度剖面解释该处采空区（密度 $< 0.4 \text{ g/cm}^3$ ）深度约为 40 ~ 80 m，位于 2 100 ~ 2 500 m 水平距离处。

图 12 中的钻探位置处进行了采空区验证钻探，获得图 16 所示的钻孔柱状图结果。钻孔位置位于图 13 ~ 15 中剖面的 $x = 2\ 312 \text{ m}$ 处，通过钻孔柱状图可以看出采空区实际位置为 40 m 深度以下，这与重电震联合反演结果相符。

4 结论

(1) 本文提出的归一化交叉梯度联合反演方法，消除了电阻率、密度、波速数量级差异对结构约束的影响，使每种物性均能获得其余高分辨率资料传递的边界信息。

(2) 在深部邻近的小尺度采空区模型试算中，3 种数据的联合反演结果精度均有显著提升联合反

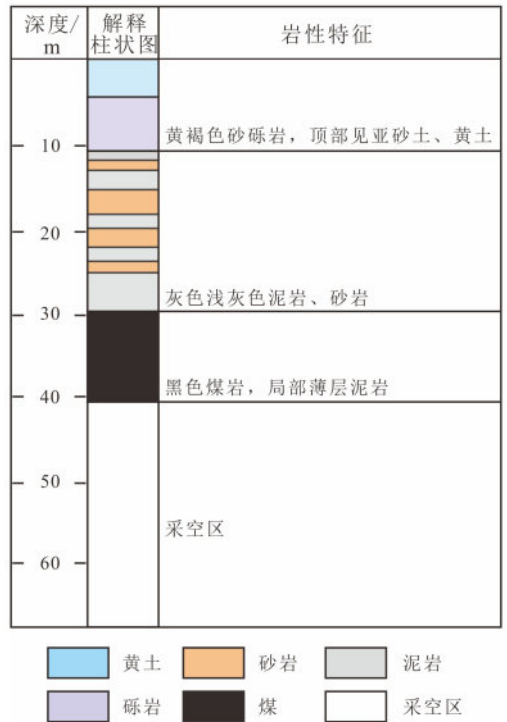


图 16 钻孔柱状图

Fig. 16 Chart of drilling

演结果精度提升显著,重力数据精度提升了50.53%,电法数据精度提升了21.22%,地震数据精度提升了13.65%。

(3) 实际应用表明,联合反演结果在横向连续性、纵向分辨率及深度定位精度上均优于单一反演,能够准确圈定采空区范围,识别出一处深度约为40~80 m,位于2 150~2 520 m水平距离处的采空区,为后续治理工程设计提供可靠依据。

参考文献:

- [1] 张善法,孟令顺,杜晓娟,等.高精度重力测量在金矿采空区探测中的应用研究[J].地球物理学进展,2009,24(2):590-595.
Zhang S F, Meng L S, Du X J, et al. Study on the application of high precision gravity survey in detecting mined-out areas of gold mines [J]. Progress in Geophysics, 2009, 24 (2): 590-595.
- [2] 王强,田野,刘欢,等.综合物探方法在煤矿采空区探测中的应用[J].物探与化探,2022,46(2):531-536.
Wang Q, Tian Y, Liu H, et al. Application of comprehensive geophysical prospecting in investigation of coal mine goaves [J]. Geophysical & Geochemical Exploration, 2022, 46 (2): 531-536.
- [3] 刘红达,宋建华,林增民,等.微重力探测在200 m以浅采空区的应用:以黄庄煤矿为例[J].山东国土资源,2024,40(5):52-58.
Liu H D, Song J H, Lin Z M, et al. Application of microgravity detection in shallow goaf below 200 meters: taking Huangzhuang coal mine as an example [J]. Shandong Land and Resources, 2024, 40 (5): 52-58.
- [4] Yang X, Sasaki K, Zhang X, et al. Simulation study on seismic response of ground surface above an underground longwall goaf [J]. Pure and Applied Geophysics, 2020, 177 (9): 3697-3711.
- [5] Cao X, Cao X S, Han T L. Seismic response analysis of deep underground roadways and coal pillars under the influence of the adjacent goaf [J]. Advances in Civil Engineering, 2021 (1): 1-17.
- [6] Zhang L, Xu L, Xiao Y, et al. Application of comprehensive geophysical prospecting method in water accumulation exploration of multilayer goaf in integrated mine [J]. Advances in Civil Engineering, 2021 (23): 1-12.
- [7] Wang P, Wang Q, Wang Y, et al. Detection of abandoned coal mine goaf in China's Ordos Basin using

the transient electromagnetic method [J]. Mine Water and the Environment, 2021, 40 (2): 415-425.

- [8] 武欣,潘东明,于景邨.煤矿采空区地球物理探测方法综述[J].地球物理学进展,2022,37(3):1197-1206.
Wu X, Pan D M, Yu J C. Review in the geophysical methods for coalmine goaf prospecting [J]. Progress in Geophysic, 2022, 37 (3): 1197-1206.
- [9] 李红蕾,陈石,庄建仓,等.贝叶斯同化重力反演方法构建龙门山山地壳密度模型[J].地球物理学报,2021,64(4):1236-1252.
Li H L, Chen S, Zhuang J C, et al. Gravity inversion method base on Bayesian-assimilation and its application in constructing crust density model of the Longmenshan region [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2021, 64 (4): 1236-1252.
- [10] 程辉,余传涛,韩玉林,等.瞬变电磁法对多种采空区的探测精度[J].科学技术与工程,2021,21(6):2262-2268.
Cheng H, Yu C T, Han Y L, et al. Detection accuracy of various goafs by transient electromagnetic method [J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21 (6): 2262-2268.
- [11] 王雷.主动源、被动源地震联合探查技术在阳泉矿区的应用[J].中国煤炭地质,2022,34(增刊1):159-165.
Wang L. Application of active and passive source seismic joint exploration technology in Yangquan mining area [J]. Coal Geology of China, 2022, 34 (Suppl. 1): 159-165.
- [12] Li Z, Cheng P, Liu Z, et al. Study on surface stability and residual deformation of old goaf in Dongjiagou Mine, China [J]. The Civil Engineering Journal, 2021, 1 (1): 30-46.
- [13] Vozoff K, Jupp D L B. Joint inversion of geophysical data [J]. Geophysical Journal International, 1975, 42 (3): 977-991.
- [14] Gallardo L A, Meju M A. Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel-time inversion with cross-gradient constraints [J]. Journal of Geophysical Research (Solid Earth), 2004, 109 (3): 1-11.
- [15] Hang Y Q, Moorkamp M, Gao J, et al. Seismogenic structure of the 2014 M6.5 Ludian earthquake from three-dimensional joint inversion of magnetotelluric data and seismic arrival times [J]. Journal of Geophysical Research (Solid Earth), 2023, 128 (7): 1-20.

- [16] 胡莉娅, 田宝卿, 李丽. 基于交叉梯度结构约束的近震、远震体波走时联合反演方法 [J]. 地球物理学报, 2025, 68 (5): 1795-1807.
Hu L Y, Tian B Q, Li L. A joint inversion method of local and teleseismic body-wave traveltimes based on cross-gradient structure constraints [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2025, 68 (5): 1795-1807.
- [17] 王大壮, 李桐林, 张镭哲, 等. 基于结构约束的三维电阻率和重力法联合反演 [J]. 世界地质, 2022, 41 (3): 597-606.
Wang D Z, Li T L, Zhang R Z, et al. Joint inversion of 3D resistivity and gravity method based on structural constraint [J]. World Geology, 2022, 41 (3): 597-606.
- [18] 谭智, 姜金钟, 石磊, 等. 交叉梯度约束的地震走时与重力联合反演方法研究 [J]. 地震研究, 2025, 48 (4): 550-560.
Tan Z, Jiang J Z, Shi L, et al. Joint inversion method for seismic body wave travel time and gravity data based on structural constraint [J]. Journal of Seismological Research, 2025, 48 (4): 550-560.
- [19] 王少博, 商祥. 基于多波勘探的跨孔 CT 交叉梯度联合反演算法 [J]. 世界地质, 2023, 42 (1): 146-152.
Wang S B, Shang X. Cross-gradient joint inversion algorithm of cross-hole CT based on multi wave exploration [J]. World Geology, 2023, 42 (1): 146-152.
- [20] 侯宇健, 李桐林, 张镭哲, 等. 交叉梯度约束的三维极化率/电阻率联合反演 [J]. 世界地质, 2020, 39 (3): 669-676.
Hou Y J, Li T L, Zhang R Z, et al. Joint inversion of 3D polarizability and resistivity constrained by cross gradient [J]. Global Geology, 2020, 39 (3): 669-676.
- [21] 李桐林, 张镭哲, 朴英哲, 等. 部分区域约束下的交叉梯度多重地球物理数据联合反演 [J]. 地球物理学报, 2016, 59 (8): 2979-2988.
Li T L, Zhang R Z, Piao Y Z, et al. Multiple joint inversion of geophysical data with sub-region crossgradient constraints [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2016, 59 (8): 2979-2988.
- [22] 朴英哲. 多重地球物理数据交叉梯度联合反演研究及应用 [D]. 长春: 吉林大学, 2015.
Piao Y Z. Research on cross-gradient joint inversion of multiple geophysical data and its application [D]. Changchun: Jilin University, 2015.
- [23] Albert T. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005: 70-75.